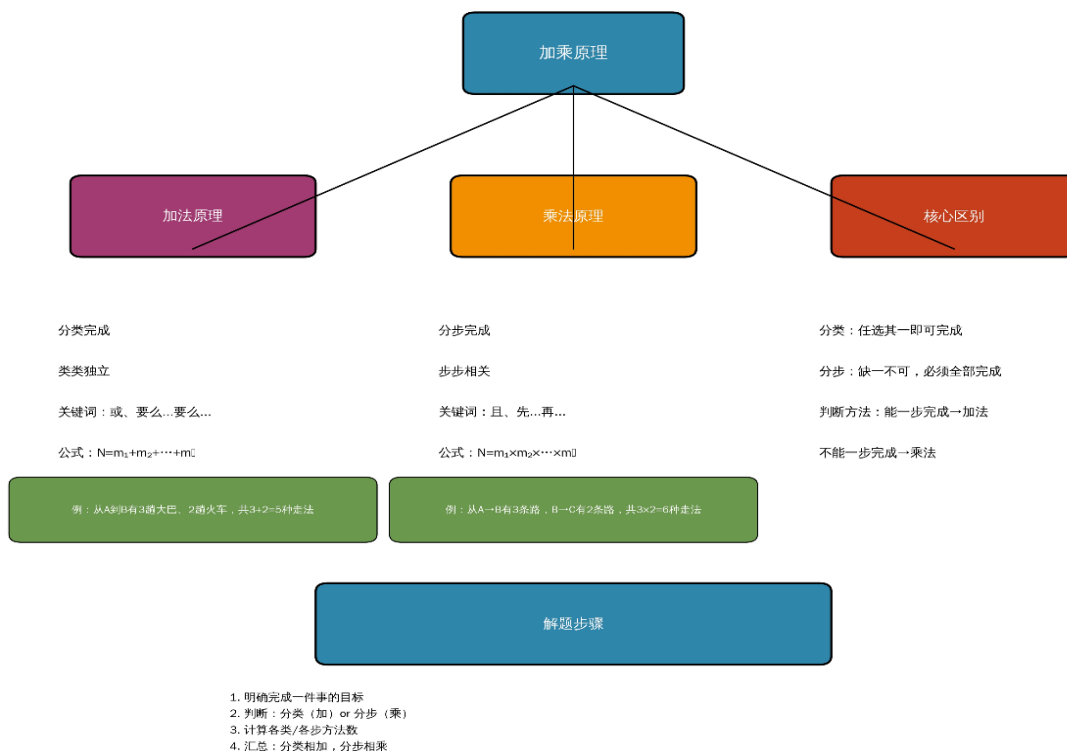


第3讲 加乘原理



一、加法原理

例题 1（数字和定值的组合取法：从连续自然数中取若干个数，满足数字和为定值的无顺序组合问题。核心：用加法原理分类枚举，不考虑数字先后。）

从 1-8 取 3 张卡片，和为 9，有多少种不同的取法？



练习：有 6 张卡片写着自然数 1—6，从中取两张，使两张数字之和为 7，有多少种不同的取法？

例题 2（数字和满足大小关系的组合取法：从连续自然数中取若干个数字，满足和大于定值的无顺序组合问题。核心：加法原理分类讨论，按其中一个数字的取值分类枚举，避免重复。）

在 1—10 中取两个不同的数，使得其和大于 10，共有多少种取法？

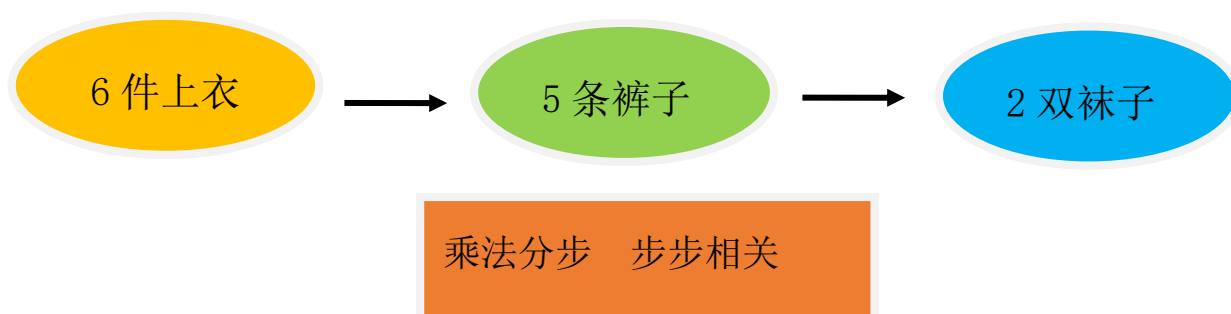
练习：在 1—9 中取两个不同的数，使得其和大于 9，共有多少种取法？

例题 3（互赠纪念品的排列问题：多人两两互赠物品，属于全排列问题，本质是乘法原理的基础应用，也可理解为分步确定每人间的赠送方式，步步相乘）

四位游客在行程结束前互赠纪念品，每人得到一份纪念品，一共有几种不同的情况？

练习：三位同学互送节日贺卡，每人送出一张且收到一张，一共有几种不同的送法？

二 乘法原理



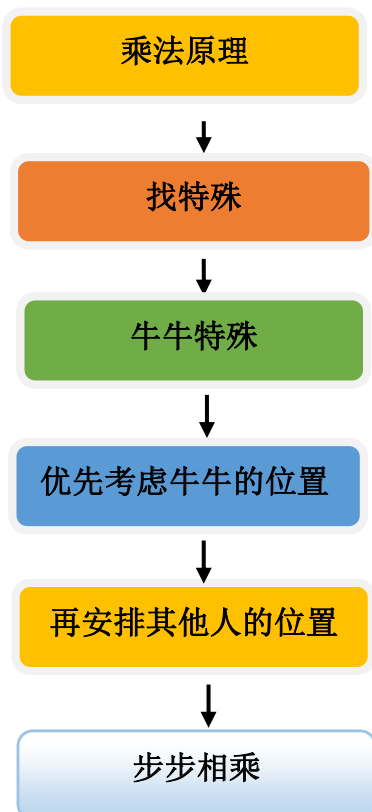
例题 4 排队/接力赛的排列问题（含特殊位置限制）：有限制条件的全排列问题。核心方法是优先考虑特殊元素/特殊位置，再用乘法原理分步安排其余元素，分“指定位置”“排除位置”等细分考点。

运动会上牛牛、丁丁、田田、阿普四名运动员组队参加 4×100 接力赛。（1）4 人随意安排跑步顺序，一共有多少种不同的跑法？

（2）牛牛必须跑第一棒，一共有多少种不同的跑法？

（3）牛牛不能跑第一棒，一共有多少种不同的跑法？

（4）牛牛不能跑第一棒和第第四棒，一共有多少种不同的跑法？



练习：甲、乙、丙、丁四人排队拍照，分情况求解：（1）无任何限制，有多少种排法？（2）甲必须站在最左边，有多少种排法？（3）甲不能站在最右边，有多少种排法？（4）甲不能站在最左和最右，有多少种排法？

例题 5 数字组成数的排列问题（含 0 与奇偶限制）：核心：注意 0 不能在首位，若有奇偶限制需先确定个位（奇数定奇数个位，偶数定偶数个位），再分步确定其余数位，用乘法原理计算。

用数字 0，1，2，3，4，5，6 组成数，

（1）可以组成多少个没有重复数字的三位数？

（2）可以组成多少个没有重复数字的四位奇数？

练习：用数字 0，2，3，5，7 组成无重复数字的数，（1）可以组成多少个没有重复数字的两位数？（2）可以组成多少个没有重复数字的三位偶数？

例题 6 不同类别数的搭配问题：两类对象的组合搭配问题，分别确定两类对象的可选数量，再用乘法原理相乘，核心是明确“被减数/减数”的取值范围

在自然数中，用两位数做被减数，用一位数做减数，一共可以组成多少个不同的减法算式？

练习：用一位数做乘数 1，两位数做乘数 2，一共可以组成多少个不同的乘法算式？（注：乘数 1、乘数 2 不同，算式不同，如 2×10 和 10×2 是不同算式）

提升练习：

1. 5 人照相，甲不能站在两侧，能照出多少张不同的照片？

2. 王兰、赵刚、李明三人约好每人报名参加学校运动会的跳远、跳高、100 米跑、200 米跑四项比赛中的一项，报名的结果会出现多少

种不同的情况？

3. 根据数字 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 回答下列问题。

(1) 可以组成多少个不重复的三位数？

(2) 可以组成多少个不重复的三位偶数？

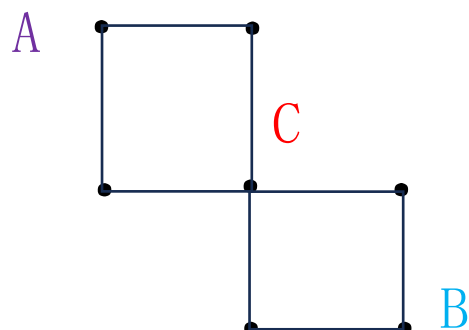
(3) 可组成多少个百位为 8 的没有重复数字的三位数？

(4) 可以组成多少个百位为 8 没有重复数字的三位偶数？

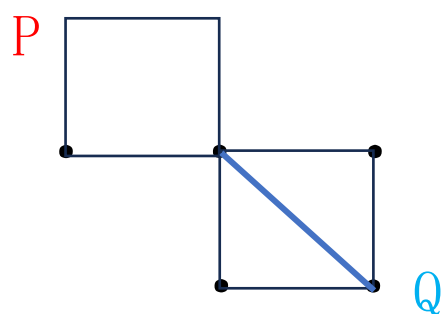
三 加乘原理综合

例题 7 (图形中的路线计数问题：核心是按路径的分段步骤分类，先确定从起点到中间节点的不同走法（加法），再从中间节点到终点分步计算（乘法），加乘结合。)

下图中有 7 个点和 10 条线段，一只甲壳虫要从 A 点沿着线段爬到 B 点，要求不得重复经过任何线段和点。这只甲壳虫最多有几种不同的走法？



练习：下图为从 P 到 Q 的路线图，只能沿线段向右、向下走，不得重复经过点，求从 P 到 Q 的不同走法数？



例题 8 （取不同数量物品的排列问题，核心先按

“取的个数”分类（加法原理），每一类内部按“排列顺序”分步（乘法原理），最终汇总各类结果。）

牛牛有红、黄、蓝、绿四种信号的旗帜各一面。他在旗杆上挂信号旗时，每次可从上到下依次挂一面、两面或三面，排成一行。那么牛牛一共可以表示多少种不同的信号？

练习：有红、白、黑三种颜色的小旗各一面，在旗杆上挂旗时，每次可从上到下依次挂一面、两面，排成一行，一共可以表示多少种不同的信号？

例题 9（跨类别抽取物品的组合问题：核心先按“抽取的类别搭配”分类（加法原理），每一类内部按“各品类抽取数量”分步（乘法原理），注意“不同物品”为组合，无需考虑顺序。）

书架上有 2 本不同的英语书，4 本不同的语文书，3 本不同的数学书。现在要从中取出 2 本，而且不能是同一科的，一共有多少种不同取法？

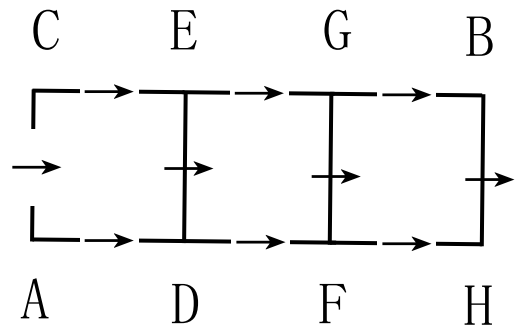
练习：书架上有 3 本不同的漫画书，5 本不同的故事书，4 本不同的科技书，现在要从中取出 2 本，而且不能是同一科的，一共有多少种不同取法？



巩固练习

1. 花店有 10 盆不同的茉莉花，15 盆不同的菊花，8 盆不同的丁香花。现在要从中取出 2 盆，而且不能是同一种品种的，一共有多少种不同的取法？

2. 如下图所示，蚂蚁从 A 点沿箭头的方向爬到 B 点，不同的路线共有多少条？



3. 一天放学后，牛牛、丁丁、天天和阿普一起取牛牛家写作业，他们各自的作业本混到了一起，四人每人随便拿了一本。

- (1) 牛牛拿到自己作业本的拿法有多少种？
- (2) 恰有 1 人拿到自己的作业本的拿法有多少种？
- (3) 至少有 1 人没有拿到自己的作业本的拿法有多少种？
- (4) 谁也没有拿到自己的作业本的拿法有多少种？

创学挑战： 复杂组合+排列综合（多元素多限制）：“定数字+定颜色数”的卡片抽取问题，核心：先解决“数字与颜色的搭配”（先确定重复数字的颜色，再分配其余数字的颜色），分步用乘法原理，结合组合与排列的思想，是加乘原理的高阶综合。

有红、黄、蓝、绿四种颜色的卡片各 5 张，且每种颜色的卡片分别标有 1, 2, 3, 4, 5 从这些卡片种取出 5 张，要求 1、2、3、4、5 各一张，但 4 种颜色都有，共有多少种不同的取法？

练习：有红、黄、绿三种颜色的卡片各 4 张，且每种颜色的卡片分别标有 1, 2, 3, 4，从这些卡片中取出 4 张，要求 1、2、3、4 各一张，但 3 种颜色都有，共有多少种不同的取法？